MathStandard

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

www.mathstandard.com

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับตรวจทานมาตรฐาน

เอกสารเรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม ครอบคลุม ระบบจำนวนเต็ม การเปรียบเทียบ ค่าสัมบูรณ์ การดำเนินการ การหารลงตัว และความสัมพันธ์เชิงจำนวน ตลอดจนลำดับ แฟกทอเรียล และฟังก์ชันพื้น ในส่วนประยุกต์ เนื้อหาเรียงจากพื้นฐานระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไปสู่การประยุกต์สำหรับเตรียมสอบเข้า ม.4 และการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

พื้นฐานที่ใช้ประกอบการศึกษา ได้แก่ การคำนวณจำนวนนับ เศษส่วน และสมการเบื้องต้น

ขอบเขตและข้อตกลง

- จำนวนนับหมายถึง $1, 2, 3, \ldots$ และตัวประกอบในการนับจำนวนตัวประกอบหมายถึงตัวประกอบบวก เว้นแต่กำหนดเป็นอย่างอื่น
- เมื่อหารจำนวนเต็ม N ด้วยจำนวนเต็มบวก d ใช้ $N = dq + r$ โดย q เป็นจำนวนเต็มและ $0 \le r < d$
- $\gcd(a, b)$ และ $\operatorname{lcm}(a, b)$ แทน ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนเต็มบวก a, b ตามลำดับ
- คำตอบที่เป็นเศษส่วนให้เขียนในรูปอย่างต่ำ ปริมาณที่มีหน่วยต้องระบุหน่วย และการหาค่าทั้งหมดต้องแสดงการพิจารณาให้ครบทุกกรณี

ระดับของแบบฝึกหัด

- **ง่าย** ใช้นิยาม สมบัติ หรือสูตรโดยตรง
- **กลาง** จัดรูปหรือเชื่อมโยงหลักการหลายขั้นตอน
- **ยาก** วิเคราะห์เงื่อนไขและให้เหตุผลหลายขั้นตอน
- **ประยุกต์** แปลสถานการณ์หรือเชื่อมโยงความรู้เพื่อสร้างวิธีแก้ปัญหา ความซับซ้อนแตกต่างกันได้ตามหัวข้อ

MathStandard

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

สารบัญ

ตอนที่ 1 ชนิดของจำนวนเต็ม เส้นจำนวน และการเปรียบเทียบ

เนื้อหาและตัวอย่าง 4

แบบฝึกหัดข้อ 1–12 7

ตอนที่ 2 สมบัติของจำนวนเต็มและค่าสัมบูรณ์

เนื้อหาและตัวอย่าง 14

แบบฝึกหัดข้อ 13–24 17

ตอนที่ 3 การดำเนินการและลำดับการคำนวณ

เนื้อหาและตัวอย่าง 24

แบบฝึกหัดข้อ 25–38 29

ตอนที่ 4 การหารลงตัวและเศษจากการหาร

เนื้อหาและตัวอย่าง 37

แบบฝึกหัดข้อ 39–50 42

ตอนที่ 5 จำนวนเฉพาะและตัวประกอบ

เนื้อหาและตัวอย่าง 49

แบบฝึกหัดข้อ 51–62 53

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

สารบัญ (ต่อ)

ตอนที่ 6 ห.ร.ม. ค.ร.น. และปัญหาการหาร

เนื้อหาและตัวอย่าง 60

แบบฝึกหัดข้อ 63–74 63

ตอนที่ 7 ลำดับและผลบวกเลขคณิต

เนื้อหาและตัวอย่าง 70

แบบฝึกหัดข้อ 75–86 74

ตอนที่ 8 ลำดับและผลบวกเรขาคณิต

เนื้อหาและตัวอย่าง 81

แบบฝึกหัดข้อ 87–98 83

ตอนที่ 9 แฟกทอเรียลและฟังก์ชันพื้น

เนื้อหาและตัวอย่าง 90

แบบฝึกหัดข้อ 99–110 93

ตอนที่ 10 การประยุกต์และการเชื่อมโยง

เนื้อหาและตัวอย่าง 101

แบบฝึกหัดข้อ 111–140 112

สรุปเนื้อหา เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม 129

แบบทดสอบทบทวนท้ายบท ข้อ 141–160 136

เฉลยคำตอบ 146

เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ 153

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1

ชนิดของจำนวนเต็ม เส้นจำนวน และการเปรียบเทียบ

1.1 ชนิดของจำนวนเต็ม

จำนวนเต็มใช้แทนปริมาณที่เป็นหน่วยเต็ม รวมถึงปริมาณที่กำหนดทิศทางเทียบกับจุดอ้างอิง

การจำแนกจำนวนเต็ม

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

ชนิด	เงื่อนไข	ตัวอย่าง
จำนวนเต็มบวก	มากกว่าศูนย์	$1, 2, 3, \ldots$
ศูนย์	เท่ากับศูนย์	0
จำนวนเต็มลบ	น้อยกว่าศูนย์	$-1, -2, -3, \ldots$

- จำนวนนับในเอกสารนี้หมายถึง $1, 2, 3, \ldots$ จึงเป็นกลุ่มเดียวกับจำนวนเต็มบวก
- ศูนย์ไม่เป็นจำนวนเต็มบวกและไม่เป็นจำนวนเต็มลบ
- จำนวนเต็มไม่มีค่ามากที่สุดหรือค่าน้อยที่สุด เพราะเพิ่มหรือลดได้อีก 1 เสมอ
- จำแนกจากค่าของจำนวน เช่น $\frac{6}{3} = 2$ เป็นจำนวนเต็ม ส่วน $\frac{3}{2}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่าง 1 จงจำแนก $-6, 0, 4, -2, 9$ ตามชนิดของจำนวนเต็ม

วิธีคิด พิจารณาเครื่องหมายและค่าของแต่ละจำนวน จำนวนที่มากกว่าศูนย์คือ $4, 9$ จำนวนที่น้อยกว่าศูนย์คือ $-6, -2$ ส่วน 0 แยกเป็นอีกชนิดหนึ่ง

ตอบ จำนวนเต็มบวกคือ $4, 9$ จำนวนเต็มลบคือ $-6, -2$ และศูนย์คือ 0

1.2 จำนวนเต็มกับจุดอ้างอิง

กำหนดค่าศูนย์และความหมายของเครื่องหมายก่อนแทนปริมาณด้วยจำนวนเต็ม เช่น ระดับเหนือจุดอ้างอิงเป็นบวก และระดับต่ำกว่าจุดอ้างอิงเป็นลบ

ตัวอย่าง 2 จุดสำรวจอยู่ต่ำกว่าระดับน้ำทะเล 12 เมตร จงเขียนระดับของจุดนี้เมื่อกำหนดระดับน้ำทะเลเป็น 0

วิธีคิด จุดสำรวจอยู่ด้านต่ำกว่าจุดอ้างอิง จึงใช้เครื่องหมายลบกำกับระยะ 12 เมตร

ตอบ ระดับ -12 เมตร

1.3 เส้นจำนวนและระยะระหว่างจุด

เส้นจำนวนกำหนดจุดแทนศูนย์และหน่วยระยะเท่ากันทุกช่วง จำนวนทางขวามีค่ามากกว่าจำนวนทางซ้าย



การเปลี่ยนตำแหน่งบนเส้นจำนวน

เลื่อนจากจำนวน a ไปทางขวา k หน่วย ได้จำนวน $a+k$

เลื่อนจากจำนวน a ไปทางซ้าย k หน่วย ได้จำนวน $a-k$

ในที่นี้ k เป็นจำนวนเต็มไม่ลบ และระยะระหว่างจุดนับจำนวนช่วงหน่วย

ตัวอย่าง 3 เริ่มที่ -4 แล้วเลื่อนไปทางขวา 6 หน่วย จะถึงจุดใด

วิธีคิด นับจุดที่ผ่านตามลำดับเป็น $-3,-2,-1,0,1,2$ รวมการเลื่อนหกครั้ง จึงถึงจุดที่แทน 2

ตอบ 2

ตัวอย่าง 4 จุด -2 กับจุด 3 อยู่ห่างกันกี่หน่วย

วิธีคิด จาก -2 ถึง 0 มีสองช่วงหน่วย และจาก 0 ถึง 3 มีสามช่วงหน่วย ระยะรวมเป็น $2+3=5$

ตอบ 5 หน่วย

1.4 การเปรียบเทียบและเรียงลำดับ

ลำดับของจำนวนเต็ม

จำนวนเต็มลบ $<$ ศูนย์ $<$ จำนวนเต็มบวก

ในกลุ่มจำนวนเต็มลบ จำนวนที่อยู่ใกล้ศูนย์กว่ามีค่ามากกว่า

สัญลักษณ์ $<$ และ $>$ ใช้เปรียบเทียบแบบไม่รวมกรณีเท่ากัน ส่วน $\leq$ และ $\geq$ รวมกรณีเท่ากัน เช่น $-9<-4$ แม้ $9>4$

ตัวอย่าง 5 จงเรียง $-2,5,-7,0,3$ จากน้อยไปมาก

วิธีคิด เรียงจำนวนลบก่อน โดย $-7<-2$ ตามด้วยศูนย์ แล้วเรียงจำนวนบวกโดย $3<5$

ตอบ $-7,-2,0,3,5$

MathStandard

1.5 จำนวนเต็มภายใต้ขอบเขต

อสมการกำหนดค่าที่เลือกได้ ให้ตรวจปลายช่วงแต่ละด้านก่อนนับจำนวนเต็ม เช่น $a < x \leq b$ ไม่รวม a แต่รวม b

> **จำนวนเต็มเรียงกัน**
> ถ้า a, b เป็นจำนวนเต็มและ $a \leq b$ จำนวนเต็มตั้งแต่ a ถึง b รวมปลายทั้งสอง มี $b - a + 1$ จำนวน

ตัวอย่าง 6 จงหาจำนวนเต็มทั้งหมดที่ทำให้ $-2 < x \leq 3$

วิธีคิด เริ่มจากจำนวนเต็มที่ถัดจาก -2 คือ -1 และนับถึง 3 ได้ $-1, 0, 1, 2, 3$

ตอบ $-1, 0, 1, 2, 3$

> **สรุป**
> จำนวนเต็มแบ่งเป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์ และจำนวนเต็มลบ การเปรียบเทียบใช้ตำแหน่งบนเส้นจำนวน ส่วนการนับจำนวนเต็มในช่วงต้องตรวจว่ารวมปลายช่วงด้านใด

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม | ตอนที่ 1

แบบฝึกหัด ระดับง่าย

ข้อ 1 จากจำนวน $-9, 0, 6, -4, 11$ มีจำนวนเต็มลบกี่จำนวน

ตอบ . . . . . .

ข้อ 2 จากจำนวน $-5, -1, 0, 3, 8, \frac{3}{2}, -\frac{7}{4}$ มีจำนวนเต็มกี่จำนวน

ตอบ . . . . . .

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม | ตอนที่ 1

แบบฝึกหัด ระดับง่าย (ต่อ)

ข้อ 3 อุณหภูมิในตู้แช่ต่ำกว่าศูนย์องศาเซลเซียสอยู่ 6 องศา จงเขียนอุณหภูมินี้เป็นจำนวนเต็ม

ตอบ . . . . . .

ข้อ 4 จงหาจำนวนที่มากที่สุดในกลุ่ม $-8, -3, 0, -1$

ตอบ . . . . . .

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

สรุปเนื้อหา เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

ชนิดของจำนวนเต็มและการเปรียบเทียบ

จำนวนเต็มและเส้นจำนวน

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

จำนวนเต็มลบ $<$ ศูนย์ $<$ จำนวนเต็มบวก

จำนวนทางขวามีค่ามากกว่าจำนวนทางซ้าย และจำนวนเต็มลบที่ใกล้ศูนย์กว่ามีค่ามากกว่า

ถ้า a, b เป็นจำนวนเต็มและ $a \leq b$ จำนวนเต็มตั้งแต่ a ถึง b รวมปลายทั้งสอง มี $b - a + 1$ จำนวน

สมบัติของการดำเนินการ

ให้ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม การบวกและการคูณมีสมบัติปิด การสลับที่ และการเปลี่ยนหมู่ ส่วนการลบและการหารไม่มีสมบัติการสลับที่โดยทั่วไป

เอกลักษณ์ จำนวนตรงข้าม และการแจกแจง

$$a + 0 = a \qquad a \cdot 1 = a$$

$$a + (-a) = 0 \qquad -(-a) = a$$

$$a(b + c) = ab + ac \qquad a(b - c) = ab - ac$$

ค่าสัมบูรณ์และระยะห่าง

ระยะมีค่าไม่เป็นลบ

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases} \qquad |-a| = |a|$$

ระยะระหว่างจุด a, b เท่ากับ $|a - b|$

เมื่อ $k > 0$ สมการ $|x| = k$ ให้ $x = -k$ หรือ $x = k$ ส่วน $|x| = 0$ ให้ $x = 0$

เรื่อง สมบัติของจำนวนเต็ม

เฉลยคำตอบ

ข้อ	คำตอบ
1	2 จำนวน
2	5 จำนวน
3	-6 องศาเซลเซียส
4	0
5	-11
6	3
7	9 หน่วย
8	7 จำนวน
9	$-9, -4, 0, 5$
10	13
11	-15 องศาเซลเซียส
12	5 เมตร
13	-18
14	13
15	$-9,\ 9$
16	-12
17	113
18	500
19	7
20	-1800
21	$x = -4, 10$
22	$x = 0, 1, 2, 3, 4$

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ

ตอนที่ 1 ชนิดของจำนวนเต็ม เส้นจำนวน และการเปรียบเทียบ

ข้อ 1 จำนวนเต็มลบมีค่าน้อยกว่าศูนย์ ได้แก่ -9 และ -4 จึงมี 2 จำนวน

ตอบ 2 จำนวน

ข้อ 2 จำนวน $-5, -1, 0, 3, 8$ เป็นจำนวนเต็ม ส่วน $\frac{3}{2}$ และ $-\frac{7}{4}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม จึงนับได้ 5 จำนวน

ตอบ 5 จำนวน

ข้อ 3 อุณหภูมิที่ต่ำกว่าศูนย์ใช้เครื่องหมายลบ จึงเขียนได้เป็น -6 องศาเซลเซียส

ตอบ -6 องศาเซลเซียส

ข้อ 4 ศูนย์มีค่ามากกว่าจำนวนเต็มลบทุกจำนวน จึงเป็นจำนวนที่มากที่สุดในกลุ่ม

ตอบ 0

ข้อ 5 เลื่อนจาก -12 ไปทางขวาหนึ่งหน่วย จะพบ -11

ตอบ -11

ข้อ 6 การเลื่อนไปทางขวาทำให้ค่ามากขึ้น จาก -5 ถึง 0 ใช้ 5 หน่วย แล้วเลื่อนต่ออีก 3 หน่วย จึงอยู่ที่ 3

ตอบ 3

ข้อ 7 จาก -7 ถึง 0 ยาว 7 หน่วย และจาก 0 ถึง 2 ยาว 2 หน่วย ระยะรวมเท่ากับ $7 + 2 = 9$

ตอบ 9 หน่วย

ข้อ 8 ไม่รวม -3 แต่รวม 4 จึงได้ $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ รวม 7 จำนวน

ตอบ 7 จำนวน

ข้อ 9 บนเส้นจำนวน -9 อยู่ซ้ายสุด ตามด้วย $-4, 0, 5$ จึงเรียงจากน้อยไปมากได้ $-9, -4, 0, 5$

ตอบ $-9, -4, 0, 5$

ข้อ 10 จำนวนเต็มที่เลือกได้เริ่มจาก -7 ถึง 6 มี $6 - (-7) + 1 = 14$ จำนวน ตัดศูนย์ออก 1 จำนวน จึงเหลือ 13 จำนวน

ตอบ 13

ข้อ 11 ในกลุ่มจำนวนลบ จำนวนที่อยู่ทางซ้ายกว่ามีค่าน้อยกว่า โดย $-15 < -12 < -7$ อุณหภูมิต่ำที่สุดจึงเป็น -15 องศาเซลเซียส

ตอบ -15 องศาเซลเซียส

ข้อ 12 เคลื่อนขึ้นทำให้ระดับเพิ่มขึ้น จึงได้ $-4 + 9 = 5$ เมตร

ตอบ 5 เมตร