MathStandard

เอกสารประกอบการเรียนคณิตศาสตร์

ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

เรื่อง สถิติ

www.mathstandard.com

เรื่อง สถิติ

คำชี้แจง

จัดทำโดย MathStandard

ฉบับตรวจทานมาตรฐาน

เอกสารเรื่อง สถิติ ครอบคลุม ข้อมูล ความถี่ ตารางและแผนภาพ การวัดค่ากลาง การกระจาย ควอไทล์ และแผนภาพกล่อง เนื้อหาเรียงจากพื้นฐานระดับมัธยมศึกษาตอนต้นไปสู่การประยุกต์สำหรับเตรียมสอบเข้า ม.4 และการแข่งขันทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

พื้นฐานที่ใช้ประกอบการศึกษา ได้แก่ เศษส่วน ร้อยละ อัตราส่วน สมการ และการจัดรูปพีชคณิต

ขอบเขตและข้อตกลง

- ระบุชนิดข้อมูล หน่วย ขอบเขต และจำนวนข้อมูลก่อนคำนวณ ใช้ N หรือ n แทนจำนวนข้อมูลตามที่กำหนดในแต่ละหัวข้อ
- ใช้ f_i เป็นความถี่ F_i เป็นความถี่สะสม และ I เป็นความกว้างชั้น โดยให้ความหมายตัวแปรภายในหัวข้อหรือตัวอย่างที่ใช้
- ข้อมูลแบบจัดชั้นใช้ค่าประมาณเมื่ออาศัยจุดกึ่งกลางชั้นหรือการแทรกค่าภายในชั้น ต้องแยกจากข้อมูลรายตัวที่หาค่าได้แน่นอน
- สูตรความแปรปรวนในเอกสารนี้ใช้กับประชากร ข้อมูลที่แปลงหน่วยต้องพิจารณาผลต่อค่าเฉลี่ยและการกระจายให้สอดคล้องกัน
- ควอร์ไทล์ใช้ตำแหน่ง $\frac{r(N+1)}{4}$ และแทรกค่าตามสัดส่วน แผนภาพกล่องใช้ปลายหนวดแสดงค่าต่ำสุดและสูงสุดโดยไม่แยกค่านอกเกณฑ์
- ตรวจขอบช่วง ค่าซ้ำ และการรวมค่าปลายเมื่อนับจำนวน รายงานหน่วยและการปัดเศษตามที่โจทย์กำหนด

ระดับของแบบฝึกหัด

- **ง่าย** ใช้นิยาม สมบัติ หรือสูตรโดยตรง
- **กลาง** จัดรูปหรือเชื่อมโยงหลักการหลายขั้นตอน
- **ยาก** วิเคราะห์เงื่อนไขและให้เหตุผลหลายขั้นตอน
- **ประยุกต์** แปลสถานการณ์หรือเชื่อมโยงความรู้เพื่อสร้างวิธีแก้ปัญหา ความซับซ้อนแตกต่างกันได้ตามหัวข้อ

MathStandard

เรื่อง สถิติ

สารบัญ

ตอนที่ 1 ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

เนื้อหาและตัวอย่าง 5

แบบฝึกหัดข้อ 1–16 13

ตอนที่ 2 ฮิสโทแกรมและความถี่สัมพัทธ์

เนื้อหาและตัวอย่าง 24

แบบฝึกหัดข้อ 17–32 31

ตอนที่ 3 แผนภาพจุด

เนื้อหาและตัวอย่าง 45

แบบฝึกหัดข้อ 33–48 48

ตอนที่ 4 แผนภาพต้นและใบ

เนื้อหาและตัวอย่าง 58

แบบฝึกหัดข้อ 49–64 61

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สถิติ

สารบัญ (ต่อ)

ตอนที่ 5 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

เนื้อหาและตัวอย่าง 76

แบบฝึกหัดข้อ 65–80 82

ตอนที่ 6 ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักและค่าเฉลี่ยรวม

เนื้อหาและตัวอย่าง 93

แบบฝึกหัดข้อ 81–96 96

ตอนที่ 7 มัธยฐาน

เนื้อหาและตัวอย่าง 106

แบบฝึกหัดข้อ 97–112 111

ตอนที่ 8 ฐานนิยมและการเลือกค่ากลาง

เนื้อหาและตัวอย่าง 122

แบบฝึกหัดข้อ 113–129 126

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สถิติ

สารบัญ (ต่อ)

ตอนที่ 9 ความแปรปรวนและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

เนื้อหาและตัวอย่าง 137

แบบฝึกหัดข้อ 130–145 142

ตอนที่ 10 ควอร์ไทล์

เนื้อหาและตัวอย่าง 151

แบบฝึกหัดข้อ 146–156 155

ตอนที่ 11 แผนภาพกล่อง

เนื้อหาและตัวอย่าง 163

แบบฝึกหัดข้อ 157–167 167

สรุปเนื้อหา เรื่อง สถิติ 176

แบบทดสอบทบทวนท้ายบท ข้อ 168–187 188

เฉลยคำตอบ 198

เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ 207

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เนื้อหาและตัวอย่าง | ตอนที่ 1

ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

1.1 กระบวนการทางสถิติและขอบเขตข้อมูล

สถิติเป็นกระบวนการกำหนดคำถาม เก็บรวบรวมข้อมูล จัดระเบียบ วิเคราะห์ และตีความผลเพื่ออธิบายเรื่องที่ศึกษา การคำนวณจึงต้องสัมพันธ์กับคำถามและวิธีเก็บข้อมูล

ประชากร คือหน่วยทั้งหมดที่อยู่ในขอบเขตการศึกษา ส่วน **กลุ่มตัวอย่าง** เป็นส่วนหนึ่งของประชากรที่เลือกมาเก็บข้อมูล ข้อสรุปจากกลุ่มตัวอย่างต้องพิจารณาว่าการเลือกนั้นครอบคลุมลักษณะสำคัญของประชากรหรือไม่

> **หน่วยที่ศึกษาและตัวแปร**
> หน่วยที่ศึกษาอาจเป็นบุคคล วัน หรือชิ้นงาน **ตัวแปร** คือลักษณะที่บันทึกจากแต่ละหน่วย และ **ข้อมูล** คือค่าที่สังเกตหรือวัดได้ ต้องระบุช่วงเวลาและขอบเขตให้ชัด

ตัวอย่าง 1 ต้องการศึกษาวิธีเดินทางมาโรงเรียนของนักเรียนทั้งหมด 600 คน โดยสุ่มสอบถาม 60 คน จงระบุประชากร กลุ่มตัวอย่าง และตัวแปร

วิธีคิด ขอบเขตที่ต้องการอธิบายคือนักเรียนทั้งหมด ส่วนผู้ที่เก็บข้อมูลจริงมีเพียง 60 คน ลักษณะที่ถามคือวิธีเดินทาง

ตอบ ประชากร: นักเรียน 600 คน
กลุ่มตัวอย่าง: นักเรียน 60 คน
ตัวแปร: วิธีเดินทางมาโรงเรียน

MathStandard
MathStandard
MathStandard

1.2 ชนิดของข้อมูลและหน่วยวัด

ข้อมูลเชิงคุณภาพ แสดงประเภทหรือลักษณะ เช่น วิธีเดินทางและประเภทหนังสือ แม้ใช้ตัวเลขเป็นรหัส ตัวเลขนั้นอาจไม่มีความหมายในการบวกหรือหาค่าเฉลี่ย

ข้อมูลเชิงปริมาณ แสดงจำนวนหรือขนาด แบ่งเป็นข้อมูลไม่ต่อเนื่องซึ่งเกิดจากการนับ และข้อมูลต่อเนื่องซึ่งเกิดจากการวัด ค่าที่บันทึกอาจถูกปัดตามความละเอียดของเครื่องมือ

ตัวแปร	ลักษณะ
จำนวนหนังสือ	เชิงปริมาณไม่ต่อเนื่อง
เวลาที่ใช้	เชิงปริมาณต่อเนื่อง
รหัสสมาชิก	ใช้ระบุบุคคล ไม่ใช่ปริมาณ

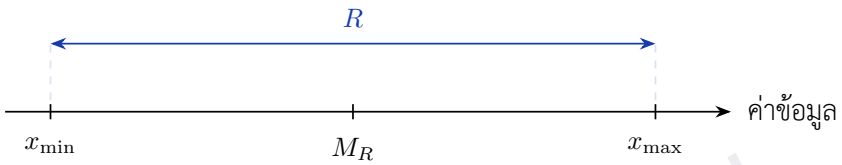
ความละเอียดของการบันทึก

ค่าที่บันทึกเป็นจำนวนเต็มอาจมาจากตัวแปรต่อเนื่อง เช่น มวลที่ปัดเป็นกิโลกรัมเต็ม ก่อนสร้างขอบชั้นต้องทราบว่าโจทย์กำหนดช่วงต่อเนื่องไว้แล้ว หรือให้ขีดจำกัดของค่าที่ปัดแล้ว

1.3 ค่าสูงสุด ค่าต่ำสุด และพิสัย

การเรียงข้อมูลช่วยระบุค่าน้อยที่สุดและมากที่สุด **พิสัย** แสดงระยะห่างระหว่างสองค่านี้ จึงอธิบายความกว้างโดยรวม แต่ไม่แสดงว่าข้อมูลส่วนใหญ่อยู่บริเวณใด

กึ่งกลางพิสัยเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างค่าสุดโต่งทั้งสอง อาจแตกต่างจากมัธยฐานซึ่งอาศัยตำแหน่งของข้อมูลทั้งหมด



พิสัยและกึ่งกลางพิสัย

ให้ $x_{\min}$ และ $x_{\max}$ เป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดตามลำดับ

$$R = x_{\max} - x_{\min}, \qquad M_R = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2}$$

โดย R เป็นพิสัย และ M_R เป็นกึ่งกลางพิสัย ทั้งสองมีหน่วยเดียวกับข้อมูล

ตัวอย่าง 2 ข้อมูลเวลาเป็น $12, 15, 16, 20, 27$ นาที จงหาพิสัยและกึ่งกลางพิสัย

วิธีคิด ให้ R เป็นพิสัยและ M_R เป็นกึ่งกลางพิสัย ค่าต่ำสุดคือ 12 และสูงสุดคือ 27 จึงได้

$R = 27 - 12 = 15$ และ $M_R = \dfrac{12 + 27}{2} = 19.5$

ตอบ 15 นาที และ 19.5 นาที

1.4 ความถี่และความถี่สะสม

ความถี่ คือจำนวนครั้งที่พบค่าข้อมูลหรือจำนวนข้อมูลที่อยู่ในช่วงหนึ่ง ให้นับข้อมูลทุกตัวเพียงครั้งเดียว แม้ค่าจะซ้ำกัน ข้อมูลแต่ละตัวก็ยังเป็นคนละรายการ

ความถี่สะสม คือผลรวมความถี่ตั้งแต่กลุ่มแรกจนถึงกลุ่มที่กำลังพิจารณา โดยเรียงค่าหรือช่วงจากน้อยไปมาก จึงบอกจำนวนข้อมูลรวมตั้งแต่กลุ่มแรกถึงกลุ่มที่พิจารณา โดยตรวจด้วยว่าช่วงนั้นรวมค่าปลายหรือไม่

ภาพของค่าที่ซ้ำกัน เมื่อบันทึกจำนวนหนังสือของนักเรียนได้ $2, 2, 2$ หมายถึงนักเรียน 3 คนที่แต่ละคนมีหนังสือ 2 เล่ม ดังนั้นความถี่ของค่า 2 คือ 3 ไม่ใช่ผลรวมหนังสือ 6 เล่ม

จากการนับสู่การนับสะสม

ให้ f_i เป็นความถี่ของกลุ่มที่ i และ F_i เป็นความถี่สะสมถึงกลุ่มนั้น กำหนด $F_0 = 0$

$$F_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_i, \qquad f_i = F_i - F_{i-1}$$

ถ้ามี k กลุ่ม จำนวนข้อมูลทั้งหมด $N = F_k$ ความถี่สะสมจึงไม่ลดลง และค่าท้ายสุดเท่ากับจำนวนข้อมูลทั้งหมด

การจัดข้อมูลเป็นกลุ่มช่วยตรวจว่าค่าใดซ้ำกี่ครั้ง รอยขีดหนึ่งขีดแทนข้อมูลหนึ่งค่า โดยขีดทแยงที่พาดสี่ขีดรวมเป็นกลุ่มละห้า

ตัวอย่าง 3 นักเรียน 14 คนมีจำนวนหนังสือดังข้อมูลต่อไปนี้ จงสร้างตารางความถี่และความถี่สะสม

$$2 \quad 1 \quad 3 \quad 2 \quad 4 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 2$$
$$4 \quad 1 \quad 3 \quad 2$$

วิธีคิด จัดข้อมูลค่าที่เท่ากันไว้กลุ่มเดียวกัน แล้วนับและบวกสะสมตามตาราง

ค่า	ข้อมูลในกลุ่ม	รอยขีด	ความถี่	ความถี่สะสม
1	$1,\ 1,\ 1$	$\|\|\|$	3	3
2	$2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 2$	$\cancel{\|\|\|\|}$	5	$3 + 5 = 8$
3	$3,\ 3,\ 3,\ 3$	$\|\|\|\|$	4	$8 + 4 = 12$
4	$4,\ 4$	$\|\|$	2	$12 + 2 = 14$

ความถี่ของค่า 2 เท่ากับ 5 เพราะพบเลข 2 ห้าครั้ง ส่วนความถี่สะสมถึงค่า 2 เท่ากับ 8 เพราะรวมผู้ที่มีหนังสือ 1 หรือ 2 เล่ม

ความถี่สะสมถึงค่า 3 เท่ากับ 12 หมายถึงมีนักเรียน 12 คนที่มีหนังสือไม่เกิน 3 เล่ม

ตอบ ความถี่สะสม $3, 8, 12, 14$ และข้อมูลทั้งหมด 14 ค่า

1.5 อันตรภาคชั้น ขอบชั้น และจุดกึ่งกลาง

อันตรภาคชั้น คือช่วงที่ใช้จัดกลุ่มข้อมูล ขีดจำกัดล่างและบนเป็นค่าต่ำสุดและสูงสุดที่ระบุในแต่ละชั้น ส่วนขอบชั้นเป็นรอยต่อระหว่างชั้นที่ใช้แทนข้อมูลอย่างต่อเนื่อง

เมื่อบันทึกละเอียดถึง u หน่วย และชั้นเรียงต่อเนื่องกัน ให้ลบ $\frac{u}{2}$ จากขีดจำกัดล่าง และบวก $\frac{u}{2}$ กับขีดจำกัดบน เช่น ข้อมูลจำนวนเต็มมี $u = 1$ จึงปรับด้านละ 0.5 หน่วย

ค่าที่บันทึก	ขอบล่าง L	ขอบบน U	ความกว้าง I	จุดกึ่งกลาง m
10–19	9.5	19.5	10	14.5
20–29	19.5	29.5	10	24.5
30–39	29.5	39.5	10	34.5

ขอบบน 19.5 ของชั้นแรกตรงกับขอบล่างของชั้นถัดไป หากโจทย์กำหนดช่วงต่อเนื่อง $L \le x < U$ มาแล้ว ให้ใช้ขอบ L, U โดยตรง ไม่ปรับเพิ่มอีก

ความกว้างและจุดกึ่งกลางชั้น

ให้ L, U เป็นขอบล่างและบน I เป็นความกว้างชั้น และ m เป็นจุดกึ่งกลาง

$$I = U - L, \qquad m = \frac{L + U}{2}$$

จุดกึ่งกลางเท่ากับค่าเฉลี่ยของขีดจำกัดล่างและบนด้วย เช่น $\frac{10 + 19}{2} = 14.5$

ความละเอียดของการบันทึกเป็นตัวกำหนดจำนวนที่ใช้ปรับขอบชั้น จึงต้องตรวจหน่วยและจำนวนตำแหน่งทศนิยมก่อนคำนวณ

MathStandard

ตัวอย่าง 4 มวลบันทึกละเอียดถึง 0.1 กิโลกรัม ชั้นหนึ่งคือ 2.0–2.4 จงหาขอบชั้น ความกว้าง และจุดกึ่งกลาง

วิธีคิด ให้ $u = 0.1$ กิโลกรัม จึงปรับขอบด้านละ $\frac{u}{2} = 0.05$ กิโลกรัม

$$L = 2.0 - 0.05 = 1.95, \qquad U = 2.4 + 0.05 = 2.45$$

ตารางต่อไปนี้แสดงชั้นที่สนใจพร้อมชั้นข้างเคียง

ชั้นมวล (กก.)	ขอบล่าง	ขอบบน	ความกว้าง	จุดกึ่งกลาง
1.5–1.9	1.45	1.95	0.5	1.7
2.0–2.4	1.95	2.45	0.5	2.2
2.5–2.9	2.45	2.95	0.5	2.7

สำหรับชั้น 2.0–2.4 ความกว้างคือ $I = 2.45 - 1.95 = 0.5$ และจุดกึ่งกลางคือ $m = \dfrac{1.95 + 2.45}{2} = 2.2$ หน่วยเป็นกิโลกรัมทุกค่า

ตอบ ขอบ $1.95, 2.45$ ความกว้าง 0.5 และจุดกึ่งกลาง 2.2 กิโลกรัม

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สถิติ | ตอนที่ 1

แบบฝึกหัด ระดับง่าย

ข้อ 1 เวลาเดินทางบันทึกเป็นจำนวนนาทีเต็ม จัดเป็นชั้นที่กว้างเท่ากันและต่อเนื่อง ชั้นแรกคือ 12–17 นาที จงหาขีดจำกัดล่างของชั้นที่ 5

ตอบ . . . . . .

ข้อ 2 จำนวนหน้าที่อ่านต่อวันจัดเป็นชั้นต่อเนื่องและกว้างเท่ากัน ชั้นแรกคือ 8–13 หน้า จงหาจุดกึ่งกลางของชั้นที่ 4

ตอบ . . . . . .

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สถิติ | ตอนที่ 1

แบบฝึกหัด ระดับง่าย (ต่อ)

ข้อ 3 ตารางแสดงจำนวนหนังสือที่ยืมในหนึ่งเดือนของสมาชิกห้องสมุด จงหาจำนวนสมาชิกที่ยืมน้อยกว่า 6 เล่ม

ช่วงข้อมูล	ความถี่
0–2	7
3–5	11
6–8	8
9–11	4

ตอบ . . . . . .

ข้อ 4 ตารางแสดงความถี่สะสมของเวลารอรับบริการ จงหาจำนวนผู้ใช้บริการที่รอตั้งแต่ 10 แต่น้อยกว่า 15 นาที

เวลา (นาที)	ความถี่สะสม (คน)
$0 \le t < 5$	6
$5 \le t < 10$	15
$10 \le t < 15$	28
$15 \le t < 20$	36

ตอบ . . . . . .

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เรื่อง สถิติ

เฉลยคำตอบ

ข้อ	คำตอบ
1	36 นาที
2	28.5 หน้า
3	18 คน
4	13 คน
5	14 คน
6	$8, 20$ และ 12 นาที
7	$(23, 20.5, 25.5)$ $(28, 25.5, 30.5)$ $(33, 30.5, 35.5)$ $(38, 35.5, 40.5)$ เซนติเมตร
8	7 หน่วย
9	ความกว้าง 6 ความถี่ $6,\ 8,\ 7,\ 4$
10	ความกว้าง 6 ความถี่ $6,\ 6,\ 6,\ 6,\ 6$
11	ความกว้าง 0.4 ความถี่ $4,\ 6,\ 5,\ 5$
12	3 และ 5
13	$39.5, 49.5, 10$ และ 44.5 กิโลกรัม
14	$4, 7, 5, 4$
15	ความกว้าง 6 ชั้นสุดท้าย $36–41$
16	ความถี่ $3, 4, 4, 1$ และความถี่สะสม $3, 7, 11, 12$
17	10 คน

MathStandard
MathStandard
MathStandard

เฉลยวิธีคิดอย่างย่อ

ตอนที่ 1 ข้อมูลและตารางแจกแจงความถี่

ข้อ 1 แต่ละชั้นมีความกว้าง $17-12+1=6$ นาที ขีดจำกัดล่างเรียงเป็น $12, 18, 24, 30, 36$ จึงได้ขีดจำกัดล่างชั้นที่ 5 เท่ากับ 36

ตอบ 36 นาที

ข้อ 2 ความกว้างชั้นคือ 6 หน้า ชั้นที่ 4 จึงเป็น 26–31 หน้า จุดกึ่งกลางคือ $\frac{26+31}{2}=28.5$

ตอบ 28.5 หน้า

ข้อ 3 สมาชิกที่ยืมน้อยกว่า 6 เล่มอยู่ในสองชั้นแรก รวม $7+11=18$ คน

ตอบ 18 คน

ข้อ 4 ความถี่ของช่วงที่กำหนดเท่ากับความถี่สะสมถึงช่วงนั้นลบความถี่สะสมก่อนหน้า จึงได้ $28-15=13$ คน

ตอบ 13 คน

ข้อ 5 ความถี่สูงสุดคือ 12 และต่ำสุดคือ 2 ผลบวกเท่ากับ 14

ตอบ 14 คน

ข้อ 6 ค่าต่ำสุดคือ 8 ค่าสูงสุดคือ 20 พิสัยเท่ากับ $20-8=12$ นาที

ตอบ $8, 20$ และ 12 นาที

ข้อ 7 ข้อมูลละเอียดถึง 1 เซนติเมตร จึงลบและบวก 0.5 จากขีดจำกัดล่างและบน จุดกึ่งกลางเท่ากับผลบวกขีดจำกัดทั้งสองหาร 2

ตอบ $(23, 20.5, 25.5)$

$(28, 25.5, 30.5)$

$(33, 30.5, 35.5)$

$(38, 35.5, 40.5)$ เซนติเมตร

ข้อ 8 จุดกึ่งกลางที่ติดกันห่างกันเท่ากับความกว้างชั้น ระหว่างชั้นแรกกับชั้นที่ 6 มี 5 ช่วง จึงได้ $\frac{52-17}{5}=7$

ตอบ 7 หน่วย